

- 1 За 2,8 кг мяса, 3,6 кг рыбы и 1,9 кг теста заплатили 1596 руб, а 0,8 кг мяса, 1,6 кг рыбы и 0,9 кг теста вместе стоят 596 руб. Во сколько рублей обойдется покупка 1 кг мяса, 1 кг рыбы и 0,5 кг теста?
- 1 890 2 410 3 645 4 415 5 500

Решение.

Пусть m, r, t руб. — цена 1 кг мяса, рыбы и теста соответственно

Тогда по условию:

$$\begin{cases} 2,8m + 3,6r + 1,9t = 1596 & (1) \\ 0,8m + 1,6r + 0,9t = 596 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2): 2m + 2r + t = 1000$$

т.е. 1 кг мяса, 1 кг рыбы и 0,5 кг теста стоят

$$m + r + 0,5t = 500$$

Ответ: 5

- 1 За 1,5 кг мяса, 2,5 кг рыбы и 0,7 кг теста заплатили 914 руб, а 500 г мяса, 1,5 кг рыбы и 1,3 кг теста вместе стоят 376 руб. Во сколько рублей обойдется покупка 1 кг мяса, 2 кг рыбы и 1 кг теста?
- 1 500 2 645 3 410 4 890 5 415

Решение.

Пусть m, r, t руб. — цена 1 кг мяса, рыбы и теста соответственно.

Тогда по условию:

$$\begin{cases} 1,5m + 2,5r + 0,7t = 914 & (1) \\ 0,5m + 1,5r + 1,3t = 376 & (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): 2m + 4r + 2t = 1290$$

т.е. 1 кг мяса, 2 кг рыбы и 1 кг теста стоят

$$m + 2r + t = 645$$

Ответ: 2

- 2 Если $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 15}{3 - x} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$, то $f(2/3)$ равно
- 1 23/3 2 17/3 3 1 4 -1 5 7

Решение.

Д(у): $x \neq 3$.

$$f(x) = \frac{(x-3)(x-5)}{-(x-3)} + \sqrt{(x-4)^2} = 5 - x + |x-4|$$

$$\begin{aligned} \text{т.к. } x = \frac{2}{3}, \text{ то } f\left(\frac{2}{3}\right) &= 5 - \frac{2}{3} + \left|\frac{2}{3} - 4\right| = 5 - \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + 4 = \\ &= 9 - \frac{4}{3} = \frac{23}{3} \end{aligned}$$

Ответ: 5

- 2 Если $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 15}{3 - x} - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$, то $f(2/3)$ равно
- 1 7 2 17/3 3 -1 4 23/3 5 1

Решение.

Д(у): $x \neq 3$.

$$f(x) = \frac{(x-3)(x-5)}{-(x-3)} - \sqrt{(x-4)^2} = 5 - x - |x-4|$$

$$\text{т.к. } x = \frac{2}{3}, \text{ то } f\left(\frac{2}{3}\right) = 5 - \frac{2}{3} - \left|\frac{2}{3} - 4\right| = 5 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - 4 = 1$$

Ответ: 5

- 3 Положительное число a увеличили на 70%, а положительное число b — на 20%. Сумма $a + b$ увеличится на 40% при условии
- 1 $a : b = 2 : 3$ 2 $a : b = 2 : 1$ 3 $a : b = 3 : 2$ 4 $a : b = 1 : 2$ 5 $a = b$

Решение. $1,7a + 1,2b = 1,4(a + b)$
 $0,3a = 0,2b \Leftrightarrow a : b = 2 : 3$

Ответ: 1

- 4 Если $f(3 - x) = \frac{2x + 1}{3x - 1}$, то $f(x)$ равна
- 1 $\frac{2x + 1}{3x - 1}$ 2 $\frac{7 - 2x}{8 + 3x}$ 3 $\frac{2x - 1}{3x + 1}$ 4 $\frac{2x + 5}{3x + 10}$ 5 $\frac{2x - 7}{3x - 8}$

Решение.

Пусть $3 - x = t$, т.е. $x = 3 - t$, тогда

$$f(t) = \frac{2 \cdot (3 - t) + 1}{3 \cdot (3 - t) - 1} = \frac{7 - 2t}{8 - 3t} = \frac{2t - 7}{3t - 8}$$

$$f(x) = \frac{2x - 7}{3x - 8}$$

Ответ: 5

- 3 Положительное число a увеличили на 10%, а положительное число b — на 50%. Сумма $a + b$ увеличится на 30% при условии
- 1 $a : b = 2 : 1$ 2 $a : b = 3 : 2$ 3 $a : b = 1 : 2$ 4 $a : b = 2 : 3$ 5 $a = b$

Решение. $1,1a + 1,5b = 1,3(a + b)$
 $0,2a = 0,2b \Leftrightarrow a = b$

Ответ: 5

- 4 Если $f(x - 3) = \frac{7 - 2x}{8 - 3x}$, то $f(x)$ равна
- 1 $\frac{2x - 7}{3x - 8}$ 2 $\frac{2x - 1}{3x + 1}$ 3 $\frac{2x + 5}{3x + 10}$ 4 $\frac{2x + 1}{3x - 1}$ 5 $\frac{7 - 2x}{8 + 3x}$

Решение.

Пусть $x - 3 = t$, т.е. $x = t + 3$, тогда

$$f(t) = \frac{7 - 2(t + 3)}{8 - 3(t + 3)} = \frac{1 - 2t}{-3t - 1} = \frac{2t - 1}{3t + 1}$$

$$f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 1}$$

Ответ: 2

- 5 Корнем уравнения $\sqrt{6} - x\sqrt{3} = x\sqrt{6} + \sqrt{3}$ является
 1 $3 - \sqrt{8}$ 2 $2\sqrt{3} - 3$ 3 $\sqrt{8} - 3$ 4 $3 + 2\sqrt{2}$ 5 $2\sqrt{2} - 3$

Решение.

$$x(\sqrt{6} + \sqrt{3}) = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)^2}{1} = 3 - 2\sqrt{2} = 3 - \sqrt{8}$$

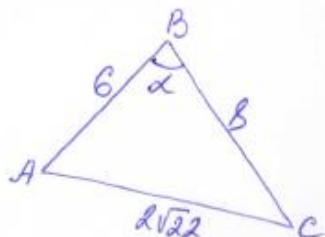
Ответ: 1

- 6 Наибольший угол треугольника со сторонами 6 см, $2\sqrt{22}$ см и 8 см равен
 1 $180^\circ - \arccos 0,25$ 2 60° 3 120° 4 $\arccos 0,125$ 5 $\arccos 0,4$

Решение.

Применим

т. косинусов для
 стороны AC.



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \alpha$$

$$(2\sqrt{22})^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{100 - 88}{96} = \frac{12}{96} = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$\alpha = \arccos 0,125$$

Ответ: 4

- 5 Корнем уравнения $5 + 0,5x = \sqrt{3} - \sqrt{3}x$ является
 1 $\sqrt{3} - 5$ 2 $2 - \sqrt{3}$ 3 1 4 $5 - \sqrt{3}$ 5 $2 - 2\sqrt{3}$

Решение.

$$10 + x = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$$

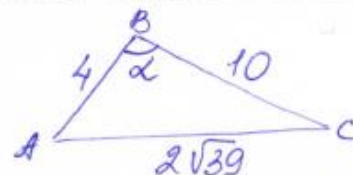
$$x = \frac{2\sqrt{3} - 10}{2\sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} - 1)}{12 - 1} = \frac{1}{11} (12 - 2\sqrt{3} - 20\sqrt{3} + 10) =$$

$$= \frac{1}{11} (22 - 22\sqrt{3}) = 2 - 2\sqrt{3}$$

Ответ: 5

- 6 Наибольший угол треугольника со сторонами 4 см, $2\sqrt{39}$ см и 10 см равен
 1 60° 2 $180^\circ - \arccos 0,25$ 3 $\arccos 0,4$ 4 $\arccos 0,25$ 5 120°

Решение.



Применим т. косинусов для стороны AC

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \alpha$$

$$(2\sqrt{39})^2 = 4^2 + 10^2 - 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\frac{156 - 116}{80} = -\frac{1}{2}, \text{ т. е. } \alpha = 120^\circ$$

Ответ: 5

- 7 Все значения параметра a , при которых уравнение $(2x - a) \lg(x + 2) = 0$ имеет только один корень, образуют множество
- 1 $[-4; -2]$ 2 $(-\infty; -2]$ 3 $(-\infty; -4]$ 4 $(-\infty; -4] \cup \{-2\}$ 5 $\{-2\}$

Решение.

О.Д.З. $x > -2$

$$\begin{cases} 2x - a = 0 \\ \lg(x + 2) = 0 \end{cases} \quad \text{из } \lg(x + 2) = 0, \quad x_1 = -1$$

$$\begin{cases} 2x - a = 0 \\ \lg(x + 2) = 0 \end{cases} \quad \text{из } 2x - a = 0, \quad x_2 = \frac{a}{2}$$

Уравнение имеет единственный корень, если

1) $\frac{a}{2} = -1$, т.е. $a = -2$

2) $x_2 = \frac{a}{2} \notin \text{О.Д.З.}$, т.е. $\frac{a}{2} \leq -2$, $a \leq -4$.

Ответ: 4

- 7 Все значения параметра a , при которых уравнение $(2x - a) \lg(x - 2) = 0$ имеет только один корень, образуют множество
- 1 $(-\infty; 4] \cup \{6\}$ 2 $(-\infty; 4]$ 3 $[4; 6]$ 4 $(-\infty; 6]$ 5 $\{6\}$

Решение.

О.Д.З. $x > 2$

$$\begin{cases} 2x - a = 0 \\ \lg(x - 2) = 0 \end{cases}$$

из $\lg(x - 2) = 0$, $x_1 = 3$

из $2x - a = 0$, $x_2 = \frac{a}{2}$

Уравнение имеет единственный корень, если

1) $\frac{a}{2} = 3$, т.е. $a = 6$

2) $x_2 = \frac{a}{2} \notin \text{О.Д.З.}$, т.е. $\frac{a}{2} \leq 2$, $a \leq 4$.

Ответ: 1

8

Если $\frac{3 \cos \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - 3 \sin \frac{\alpha}{2}} = 4$, то угол α оканчивается в четверти

1

однозначно определить невозможно

2

1

3

4

4

3

5

2

Решение.

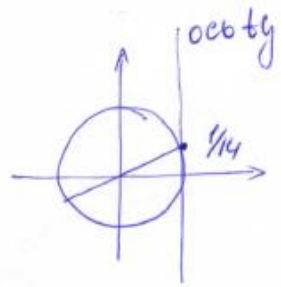
$$3 \cos \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} = 4 \cos \frac{\alpha}{2} - 12 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$14 \sin \frac{\alpha}{2} = \cos \frac{\alpha}{2}, \text{ т.е. } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{14}$$

$$0 + \pi n < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$2\pi n < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, т.е. α - оканчивается в I четверти.

Ответ: N2



8

Если $\frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}}{4 \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}} = -2$, то угол α оканчивается в четверти

1

2

2

однозначно определить невозможно

3

3

4

1

5

4

Решение.

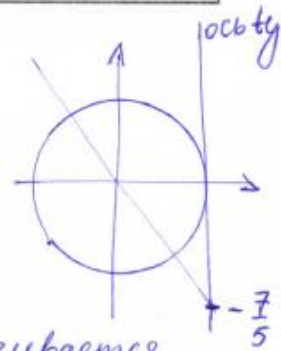
$$3 \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = -8 \cos \frac{\alpha}{2} - 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$5 \sin \frac{\alpha}{2} = -7 \cos \frac{\alpha}{2}, \text{ т.е. } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{7}{5}$$

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < \frac{\alpha}{2} < -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$-\pi + 2\pi n < \alpha < -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, т.е. α - оканчивается в III четверти.

Ответ: N3



9

Числа $a = \log_{25} 121$, $b = 1,5$ и $c = \log_4 9$ удовлетворяют соотношению

- 1 $b < a < c$ 2 $a < b < c$ 3 $a < c < b$ 4 $a > c > b$ 5 $b > a > c$

Решение.

$$a \vee b$$

$$\log_{25} 121 \vee \frac{3}{2}$$

$$\log_{5^2} 11^2 \vee \frac{3}{2}$$

$$2 \log_5 11 \vee 3$$

$$\log_5 121 = \log_5 125$$

$$a < b$$

т. образом $a < b < c$

Ответ: 2

$$b \vee c$$

$$\frac{3}{2} \vee \log_4 9$$

$$3 \vee 2 \log_2 3$$

$$\log_2 8 \vee \log_2 9$$

$$b < c$$

9

Числа $c = \log_5 11$, $b = 1,5$ и $c = \log_2 3$ удовлетворяют соотношению

- 1 $a > c > b$ 2 $a < b < c$ 3 $a < c < b$ 4 $b > a > c$ 5 $b < a < c$

Решение.

$$a \vee b$$

$$\log_5 11 \vee \frac{3}{2}$$

$$2 \log_5 11 \vee 3 = \log_5 125$$

$$\log_5 121 \vee \log_5 125$$

$$a < b$$

т. образом $a < b < c$

$$b \vee c$$

$$\frac{3}{2} \vee \log_2 3$$

$$3 \vee 2 \log_2 3$$

$$\log_2 8 \vee \log_2 9$$

$$b < c$$

- 10 Имеются два сплава золота и серебра; в одном из них количество этих металлов находится в отношении 3 : 5, в другом - в отношении 1 : 7. Возможно ли из этих сплавов составить новый сплав так, чтобы золото и серебро содержались бы в весовом отношении 1 : 3? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти сплавы?

1 1:7 2 1:2 3 1:3 4 1:1 5 невозможно

Решение.

	1 сплав x кг	2 сплав y кг
золото	$\frac{3}{8}x$	$\frac{1}{8}y$
серебро	$\frac{5}{8}x$	$\frac{7}{8}y$

$$\left(\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y\right) : \left(\frac{5}{8}x + \frac{7}{8}y\right) = 1 : 3$$

$$\frac{3x+y}{5x+7y} = \frac{1}{3}, \quad 9x+3y=5x+7y$$

$$4x=4y, \text{ т.е. } x:y=1:1$$

Ответ: 4

- 10 Имеются два сплава золота и серебра; в одном из них количество этих металлов находится в отношении 2 : 3, в другом - в отношении 3 : 7. Возможно ли из этих сплавов составить новый сплав так, чтобы золото и серебро содержались бы в весовом отношении 5 : 11? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти сплавы?

1 невозможно 2 1:3 3 1:2 4 1:7 5 1:1

Решение.

	1 сплав x кг	2 сплав y кг
золото	$\frac{2}{5}x$	$\frac{3}{10}y$
серебро	$\frac{3}{5}x$	$\frac{7}{10}y$

$$\left(\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}y\right) : \left(\frac{3}{5}x + \frac{7}{10}y\right) = 5 : 11$$

$$\frac{4x+3y}{6x+7y} = \frac{5}{11}, \quad 44x+33y=30x+35y$$

$$14x=2y, \text{ т.е. } x:y=1:7$$

Ответ: 4

- 11 Уравнение $1 + \cos \alpha \cdot x = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}(\pi + \alpha)$ имеет бесконечное множество решений при всех α из множества ($n \in \mathbb{Z}$)

1 $\frac{\pi}{2} + \pi n$ 2 $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 3 $\frac{\pi}{4}$ 4 $\emptyset$ 5 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$

Решение.

О.Д.З. для α : $\alpha \neq \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$

$$1 + \cos \alpha \cdot x = 1, \quad \cos \alpha \cdot x = 0$$

Бесконечное множество решений возможно при $\cos \alpha = 0$, т.е. $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi n$, но эти $\alpha \notin$ О.Д.З.

Ответ: 4

- 11 Уравнение $x \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = \sin 4\alpha - x$ имеет бесконечное множество решений при всех α из множества ($n \in \mathbb{Z}$)

1 $\emptyset$ 2 $\frac{\pi}{4}n$ 3 $\frac{\pi}{2}n$ 4 $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 5 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$

Решение.

О.Д.З. для α : $\alpha \neq \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$.

$$-x = \sin 4\alpha - x, \quad 0 \cdot x = \sin 4\alpha$$

Бесконечное множество решений возможно при $\sin 4\alpha = 0$, т.е. $4\alpha = \pi n$ и $\alpha = \frac{\pi}{4}n, n \in \mathbb{Z}$.
Выборка из О.Д.З. дает ответ $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$

- 12 Если влажность пшеницы, поступившей на зерносушилку, составляла 32%, а после просушки оказалась равной 15%, то пшеница потеряла в весе
- 1 17% 2 25% 3 15% 4 20% 5 23,5%

Решение.

В $P_{\text{поступив.}}$ "сухого" в-ва $0,68 P_{\text{поступив.}}$, а в просушенной $0,85 P_{\text{просуш.}}$.

т.к. вес "сухого" вещества не меняется

$$0,68 \cdot P_{\text{поступив.}} = 0,85 \cdot P_{\text{просуш.}}$$

$$\frac{P_{\text{просуш.}}}{P_{\text{поступив.}}} = \frac{68}{85} = \frac{4}{5}, \text{ т.е. } 80\%, \text{ тогда}$$

пшеница потеряла 20%

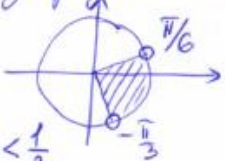
Ответ: 4

- 13 Если $\alpha \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3})$, $\beta \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2})$, то величина $\sin(\alpha - \beta)$ принадлежит промежутку
- 1 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ 2 $(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ 3 $(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ 4 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$ 5 $(\frac{1}{2}; 1)$

Решение.

т.к. $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2} > \beta > \frac{\pi}{6}$, то $\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$

т.е. $-\frac{\pi}{3} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{6}$, изобразив эти углы на единичном круге



, заключаем

что $-\frac{\sqrt{3}}{2} < \sin(\alpha - \beta) < \frac{1}{2}$

Ответ: 1

- 12 Если влажность пшеницы, поступившей на зерносушилку, составляла 40%, а после просушки оказалась равной 20%, то пшеница потеряла в весе
- 1 15% 2 $\frac{100}{3}\%$ 3 20% 4 25% 5 30%

Решение.

В $P_{\text{поступив.}}$ "сухого в-ва" $0,6 P_{\text{поступив.}}$, а

$P_{\text{просуш.}}$ "сухого в-ва" $0,8 P_{\text{просуш.}}$.

т.к. вес "сухого" вещества не изменился, то $0,6 \cdot P_{\text{поступив.}} = 0,8 \cdot P_{\text{просуш.}}$

$$\frac{P_{\text{просуш.}}}{P_{\text{поступив.}}} = \frac{3}{4}, \text{ т.е. } 75\%, \text{ тогда пшеница}$$

потеряла 25%

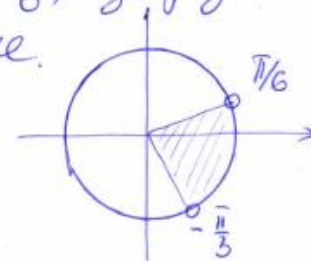
Ответ: 4

- 13 Если $\alpha \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3})$, $\beta \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2})$, то величина $\cos(\alpha - \beta)$ принадлежит промежутку
- 1 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$ 2 $(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ 3 $(\frac{1}{2}; 1]$ 4 $(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ 5 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$

Решение. т.к. $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2} > \beta > \frac{\pi}{6}$, то

$\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$, т.е. $-\frac{\pi}{3} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{6}$, изобразив эти углы на единичном круге.

т.образуем $\frac{1}{2} < \cos(\alpha - \beta) \leq 1$



Ответ: 3

14 Вычислить $-\cos 105^\circ \sqrt{\frac{\cos 195^\circ}{\cos 105^\circ}} - \cos 195^\circ \sqrt{\frac{\cos 105^\circ}{\cos 195^\circ}}$

1 1 2 0 3 -1 4 2 5 -2

Решение.

П.к. $\cos 105^\circ < 0$, $\cos 195^\circ < 0$, то после вынесения множителей под корни имеем

$$\sqrt{\cos 105^\circ \cdot \cos 195^\circ} + \sqrt{\cos 105^\circ \cdot \cos 195^\circ} = 2 \cdot \sqrt{(-\cos 15^\circ)(-\sin 15^\circ)} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = 1.$$

Ответ: 4

14 Вычислить $\cos 195^\circ \sqrt{\frac{\cos 105^\circ}{\cos 195^\circ}} - \cos 105^\circ \sqrt{\frac{\cos 195^\circ}{\cos 105^\circ}}$

1 1 2 0 3 2 4 -2 5 -1

Решение.

П.к. $\cos 105^\circ < 0$, $\cos 195^\circ < 0$, то после вынесения множителей под корни имеем

$$-\sqrt{\cos 195^\circ \cdot \cos 105^\circ} + \sqrt{\cos 105^\circ \cdot \cos 195^\circ} = 0$$

Ответ: 3

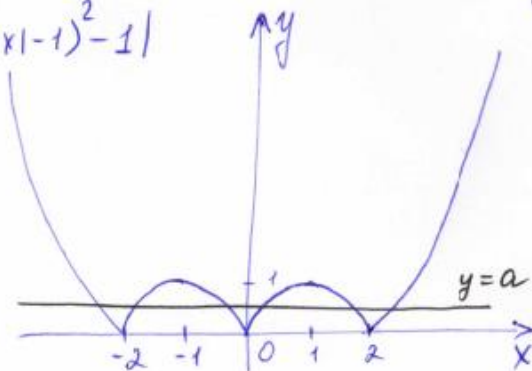
- 15 При $a \in (0; 1)$ уравнение $|x^2 - 2|x|| = a$ имеет
☐ 1 2 корня ☐ 2 1 корень ☐ 3 3 корня ☐ 4 6 корней ☐ 5 4 корня

Решение. Графиком левой части является кривая симметричная относительно оси Oy :

$$y = |x^2 - 2|x||, \quad y = |(|x| - 1)^2 - 1|$$

из "картинки" видно, что прямая $y = a$ при $0 < a < 1$ пересекает график в 6 точках.

Ответ: ☒ 4



- 15 При $a = 1$ уравнение $|x^2 - 2|x|| = a$ имеет
☐ 1 6 корней ☐ 2 4 корня ☐ 3 3 корня ☐ 4 1 корень ☐ 5 2 корня

Решение. Графиком левой части является кривая симметричная относительно оси Oy :

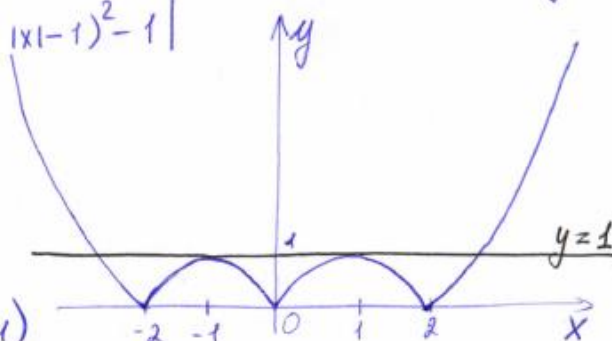
$$y = |x^2 - 2|x||, \quad y = |(|x| - 1)^2 - 1|$$

из "картинки"

видно, что

прямая $y = 1$, (т.е. $a = 1$) пересекает график 4 раза

Ответ: ☒ 2



- 16 Если площадь равнобедренной трапеции, описанной около круга, равна 800, а тупой угол — 150° , то радиус вписанного круга равен
- 1 $\sqrt{200}$ 2 20 3 25 4 40 5 10

Решение.

$$S_{\text{опис.мн-ка}} = \frac{1}{2} P \cdot r.$$

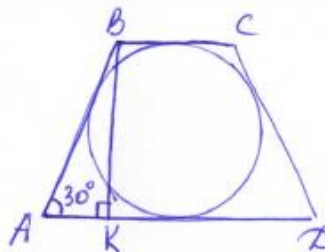
Кроме того, у описанного четырехугольника суммы противоположных сторон равны, $AB + CD = BC + AD$, $2AB = BC + AD$ т.е. $P = 4 \cdot AB$.

Из $\triangle ABK$, где $BK = 2r$ и $\angle BAK = 30^\circ$, $AB = 4r$

т.образом $P = 16r$.

$$800 = \frac{1}{2} \cdot 16r \cdot r, \quad r^2 = 100, \quad r = 10$$

Ответ: 5



- 16 Если площадь равнобедренной трапеции, описанной около круга, равна 800, а тупой угол — 150° , то боковая сторона равна
- 1 $\sqrt{800}$ 2 20 3 40 4 50 5 25

Решение.

$$S_{\text{опис.мн-ка}} = \frac{1}{2} P \cdot r$$

Кроме того, у описанного четырехугольника суммы противоположных сторон равны, $2AB = BC + AD$ т.е. $P = 4 \cdot AB$.

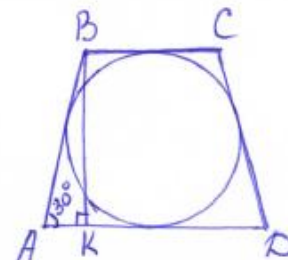
Из $\triangle ABK$, где $BK = 2r$, $\angle BAK = 30^\circ$, $AB = 2BK$,

$$\underline{AB = 4r}$$

т.образом $P = 16r$. $800 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot r \cdot r, \quad r = 10$

$$AB = 4 \cdot 10 = 40$$

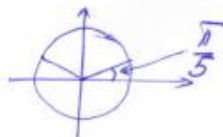
Ответ: 3



- 17 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = -\sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ определяются формулой
 $(n \in \mathbb{Z})$
 1 $(-1)^n + 10n$ 2 $\pm 1 + 10n$ 3 $4 + 10n$ 4 $(-1)^n + 5n$ 5 $1 + 10n$

Решение. З.к. $\sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{5}\right) = -\sin\frac{\pi}{5}$, то
 уравнение примет вид: $\sin\frac{\pi x}{5} = \sin\frac{\pi}{5}$

$$\frac{\pi x}{5} = (-1)^n \frac{\pi}{5} + \pi n, \quad x = (-1)^n + 5n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



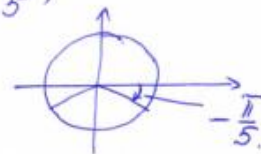
Ответ: N4

- 17 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ определяются формулой
 $(n \in \mathbb{Z})$
 1 $(-1)^{n+1} + 5n$ 2 $\pm 1 + 10n$ 3 $-1 + 10n$ 4 $(-1)^{n+1} + 10n$ 5 $6 + 10n$

Решение. З.к. $\sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{5}\right) = -\sin\frac{\pi}{5}$, то
 уравнение примет вид: $\sin\frac{\pi x}{5} = -\sin\frac{\pi}{5}$,

$$\sin\frac{\pi x}{5} = \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)$$

$$\frac{\pi x}{5} = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{5}\right) + \pi n, \quad x = (-1)^{n+1} + 5n.$$

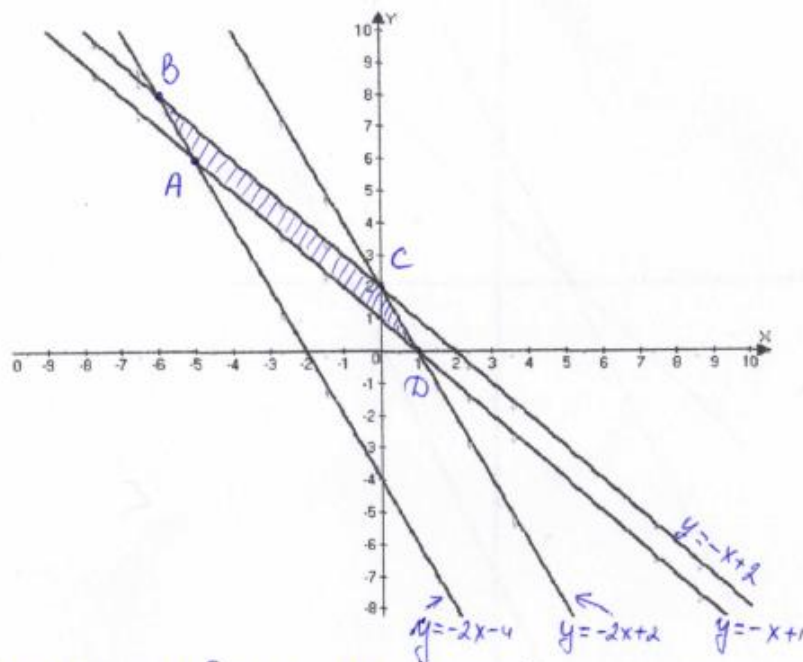


Ответ: N1

- 18 В области $\{-4 \leq y + 2x \leq 2, 1 \leq y + x \leq 2\}$ наибольшее значение $\sqrt{x^2 + y^2}$ равно
- 1 $\sqrt{17}$ 2 7,5 3 5 4 10 5 8

Решение. $-2x-4 \leq y \leq -2x+2$, $-x+1 \leq y \leq -x+2$

Построим указанную область ABCD



Т. образам наиболее удаленной точки от начала координат является точка B.

Координаты т. B найдем из системы:

$$\begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = -x + 2 \end{cases}, x = -6, y = 8$$

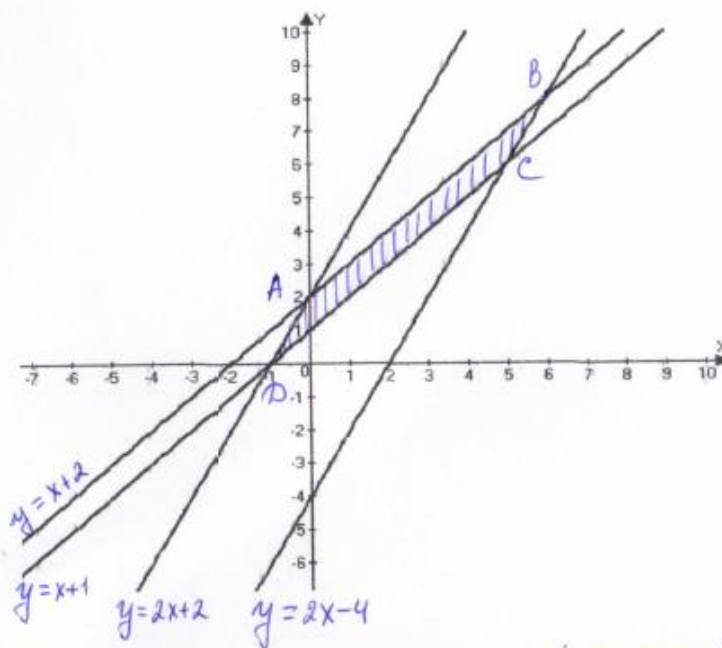
наибольшее расстояние $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$

Ответ: **4**

- 18 В области $\{-4 \leq y - 2x \leq 2, 1 \leq y - x \leq 2\}$ наибольшее значение $\sqrt{x^2 + y^2}$ равно
- 1 10 2 $\sqrt{17}$ 3 5 4 7,5 5 8

Решение. $2x-4 \leq y \leq 2x+2$, $x+1 \leq y \leq x+2$

Построим указанную область ABCD



Т. образам наиболее удаленной точки от начала координат является точка B. Координаты т. B найдем из системы:

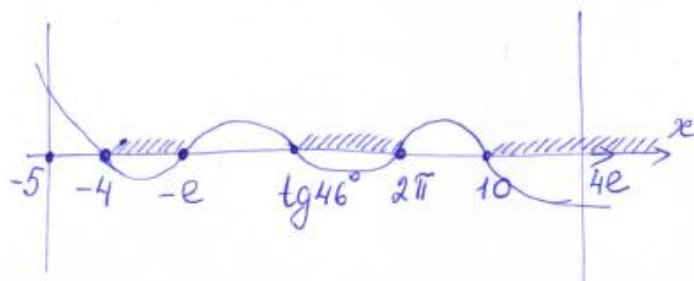
$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x - 4 \end{cases}, y = 8, x = 6$$

наибольшее расстояние $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

Ответ: **4**

- 19 Сумма целых решений неравенства $(x - \operatorname{tg} 46^\circ)(x + e)(x - 2\pi) \times (x + 4)(10 - x) \leq 0$ на промежутке $x \in [-5; 4e)$ равна
- 1 -1 2 -2 3 9 4 23 5 11

Решение.



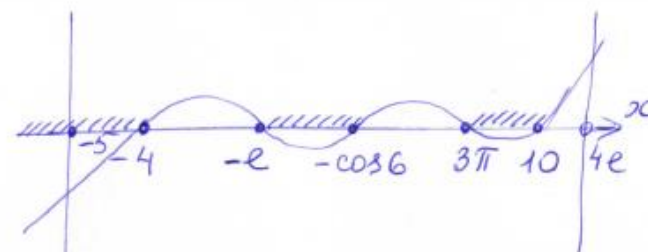
Найдем сумму целых решений неравенства:

$$-4 - 3 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 10 = 23$$

Ответ: 23

- 19 Сумма целых решений неравенства $(\cos 6 + x)(x + e)(x - 3\pi) \times (x + 4)(x - 10) \leq 0$ на промежутке $x \in [-5; 4e)$ равна
- 1 -2 2 23 3 11 4 9 5 -1

Решение.



Найдем сумму целых решений неравенства:

$$-5 - 4 - 2 - 1 + 10 = -2$$

Ответ: -2

- 20 При условии ежегодного начисления дохода сумма пенсионного вклада Марьи Ивановны в банке за второй год хранения увеличилась на 1600 руб, а за четвертый год — на 3600 руб. На сколько рублей увеличится вклад пенсионерки за пятый год?
- 1 4320 2 7680 3 8533, (3) 4 5400 5 6860

Решение.

S — начальная сумма. $x\%$ — процент банка.

$S \cdot (1 + \frac{x}{100})$ — сумма через 1 год.

$S (1 + \frac{x}{100})^2$ — сумма через 2 года.

Пусть $1 + \frac{x}{100} = q$, тогда из условия задачи получим

$$\begin{cases} Sq^2 - Sq = 1600 \\ Sq^4 - Sq^3 = 3600 \end{cases}$$

Получим 2^е ур-е

$$q^2 = \frac{36}{16}, \quad q = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Надо найти: $Sq^5 - Sq^4 = q^3 \cdot (Sq^2 - Sq) = \frac{27}{8} \cdot 1600 = 5400$

Ответ: N4

- 20 При условии ежегодного начисления дохода сумма пенсионного вклада Вадима Васильевича в банке за второй год хранения увеличилась на 2500 руб, а за четвертый год — на 3600 руб. На сколько рублей увеличится вклад пенсионера за пятый год?
- 1 8533, (3) 2 7680 3 6860 4 5400 5 4320

Решение. S — начальная сумма, $x\%$ — процент банка.
 $S(1 + \frac{x}{100})$ — сумма через год, $S \cdot (1 + \frac{x}{100})^2$ — сумма через 2 года

Пусть $1 + \frac{x}{100} = q$, тогда из условия задачи получим:

$$\begin{cases} Sq^2 - Sq = 2500 \\ Sq^4 - Sq^3 = 3600 \end{cases}$$

Получим 2^е уравнение на первое

$$q^2 = \frac{36}{25}, \quad q = \frac{6}{5}.$$

Надо найти $Sq^5 - Sq^4 = q^3 (Sq^2 - Sq) = \frac{6^3}{5^3} \cdot 2500 =$
 $= 4320$

Ответ: N5

21 Вычислить производную функции $y = \frac{x^2-1}{2} + \ln(3x-x^2-1) + \frac{2}{\sqrt{5}} \ln\left(\frac{3+\sqrt{5}-2x}{2x-3+\sqrt{5}}\right)$ в точке $x=2$

☐ 1 $2 + \sqrt{5} \ln 3$
☐ 2 0
 ☐ 3 -1
 ☐ 4 4
 ☐ 5 8

Решение.

$$y' = x + \frac{3-2x}{3x-x^2-1} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2x-3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}-2x} \cdot \frac{-2 \cdot (2x-3+\sqrt{5}) - 2(2x+\sqrt{5}+3)}{(2x-3+\sqrt{5})^2} =$$

$$= x + \frac{3-2x}{3x-x^2-1} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{(-2) \cdot 2\sqrt{5}}{(3+\sqrt{5}-2x)(2x-3+\sqrt{5})}$$

$$y'(2) = 2 - 1 - \frac{8}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = -1.$$

Ответ: ☒ 3

21 Вычислить производную функции $y = \frac{x^2+4x+3}{2} + \ln(x^2+x-1) + \frac{2}{\sqrt{5}} \ln\left(\frac{2x+1-\sqrt{5}}{2x+1+\sqrt{5}}\right)$ в точке $x=1$

☐ 1 4
 ☐ 2 1
 ☐ 3 0
 ☐ 4 8
 ☐ 5 $2 + \sqrt{5} \ln 3$

Решение.

$$y' = x + 2 + \frac{2x+1}{x^2+x-1} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2x+1+\sqrt{5}}{2x+1-\sqrt{5}} \cdot \frac{2 \cdot (2x+1+\sqrt{5}) - 2 \cdot (2x+1-\sqrt{5})}{(2x+1-\sqrt{5})^2} =$$

$$= x + 2 + \frac{2x+1}{x^2+x-1} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2 \cdot 2\sqrt{5}}{(2x+1-\sqrt{5})(2x+1+\sqrt{5})}$$

$$y'(1) = 3 + \frac{3}{1} + \frac{8}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = 6 + \frac{8}{4} = 8$$

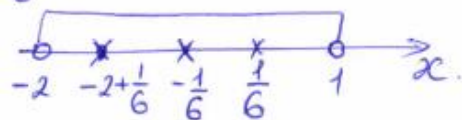
Ответ: ☒ 4

22	Сумма корней уравнения $\frac{\cos \pi x}{\sqrt{2-x-x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2-x-x^2}}$ равна				
1	2	3	4	5	
1	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{11}{6}$	0	∞	

Решение.

О.Д.З. $x^2+x-2 < 0$
 $x \in (-2; 1)$

$\cos \pi x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\pi x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pm \frac{1}{6} + 2n$



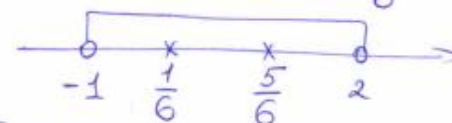
Сумма корней: $(-2 + \frac{1}{6}) - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{11}{6}$

Ответ: N3

22	Сумма корней уравнения $\frac{\sin \pi x}{\sqrt{2+x-x^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2+x-x^2}}$ равна				
1	2	3	4	5	
1	$-\frac{5}{3}$	∞	$-\frac{11}{6}$	0	

Решение. О.Д.З. $x^2-x-2 < 0$
 $x \in (-1; 2)$

$\sin \pi x = \frac{1}{2}$ $\pi x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ $x_1 = \frac{1}{6} + 2n$
 $\pi x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$ $x_2 = \frac{5}{6} + 2k$



Сумма корней: $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$

Ответ: N1

23	Наименьшее значение функции $f(x) = (0,1x - 0,2)(x+3)(x-4)(0,2x+1) - 2,02$ равно				
☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	
1	2	-2	-1	-3	

Решение.

$$f(x) = 0,1(x-2)(x+3)(x-4) \cdot 0,2(x+5) - 2,02 =$$

$$= 0,02(x^2+x-6)(x^2+x-20) - 2,02.$$

Заменим $t = x^2+x-6 = (x+\frac{1}{2})^2 - 6,25$, т.е. $t \geq -6,25$

$$f(t) = 0,02 t \cdot (t-14) - 2,02 = 0,02 \cdot ((t-7)^2 - 49) - 2,02$$

$$f(t)_{\min} = 0,02 \cdot 49 - 2,02 = -3.$$

Ответ: ☐ N5

23	Наибольшее значение функции $f(x) = (0,2x+1)(0,4-0,1x)(x-2)(x+3) + 1,02$ равно				
☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	
2	-1	1	-3	-2	

Решение.

$$f(x) = 0,2(x+5) \cdot 0,1(4-x)(x-2)(x+3) + 1,02 =$$

$$= -0,02(x+5)(x-4)(x-2)(x+3) + 1,02 =$$

$$= -0,02((x^2+x-20) \cdot (x^2+x-6)) + 1,02.$$

Пусть $t = x^2+x-6 = (x+\frac{1}{2})^2 - 6,25$, $t \geq -6,25$

$$f(t) = -0,02 \cdot (t \cdot (t-14)) + 1,02 = -0,02 \cdot ((t-7)^2 - 49) + 1,02$$

Если $t \geq -6,25$ $f(t)_{\max} = f(7) = +0,02 \cdot 49 + 1,02 = 2$

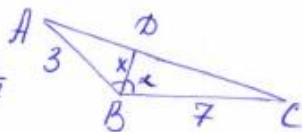
Ответ: ☐ N1

24 Если стороны треугольника в 3 см и 7 см образуют угол, равный $2\arccos 1/7$, то биссектриса этого угла составляет

- 1 $\frac{3}{4}$ см 2 1 см 3 $\frac{3}{5}$ см 4 $\frac{7}{5}$ см 5 0,5 см

Решение. Сравним $\arccos \frac{1}{7} \vee \frac{\pi}{4}$. Очевидно $\frac{1}{7} < \frac{\sqrt{2}}{2}$, а т.к. $\cos x \downarrow$ при $x \in (0; \pi)$, то $\arccos \frac{1}{7} > \frac{\pi}{4}$ и $2\arccos \frac{1}{7} > \frac{\pi}{2}$ т.е. Δ - тупоугольный.

Пусть $BD = x$. $\angle ABD = \angle CBD = \alpha = \arccos \frac{1}{7}$



$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{CBD}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot x \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 7 \cdot \sin \alpha$$

$$x = \frac{3 \cdot 7 \cdot 2 \cos \alpha}{3 + 7} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \frac{1}{7}}{10} = \frac{3}{5}$$

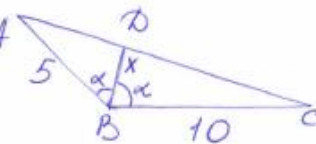
Ответ: N3

24 Если стороны треугольника в 5 см и 10 см образуют угол, равный $2\arccos 0,2$, то биссектриса этого угла составляет

- 1 $\frac{2}{3}$ см 2 $\frac{16}{3}$ см 3 2, (6) см 4 $\frac{4}{3}$ см 5 7,5 см

Решение. Сравним $\arccos \frac{1}{5} \vee \frac{\pi}{4}$. Очевидно $\frac{1}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2}$, а т.к. $\cos x \downarrow$ при $x \in (0; \pi)$, то $\arccos \frac{1}{5} > \frac{\pi}{4}$, и $2\arccos \frac{1}{5} > \frac{\pi}{2}$, т.е. Δ - тупоугольный.

Пусть $BD = x$, $\angle ABD = \angle CBD = \alpha = \arccos \frac{1}{5}$



$$S_{ABD} + S_{CBD} = S_{ABC}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot x \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$x = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos \alpha}{5 + 10} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{5}}{15} = \frac{4}{3}$$

Ответ: N4

- 25 Все значения a , при которых система уравнений $\begin{cases} y = |x - a| - 1 \\ x = \sqrt{-2y - y^2} \end{cases}$ имеет решения, образуют множество
- 1 $[0; 3]$ 2 $[0; \sqrt{2}]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ 5 $[-1; \sqrt{2}]$

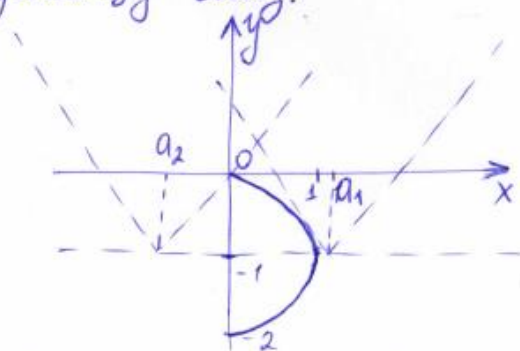
Решение.

Решаем графически.

$$x = \sqrt{-2y - y^2} \geq 0 \text{ или } x^2 = -2y - y^2 \text{ или } x^2 + (y+1)^2 = 1,$$

т.е. графиком второго ур-я является половина окружности $x \geq 0$

Графиком первого ур-я является $y = |x - a|$ смещенный на единицу вниз.



Двигая график первого уравнения влево, вправо, находим a , при которых этот график пересекается с полуокружностью.

$$a_2 \leq a \leq a_1, \quad a_1 = \sqrt{2}, \quad a_2 = -1.$$

т.образом $a \in [-1; \sqrt{2}]$.

Ответ: N5

- 25 Все значения a , при которых система уравнений $\begin{cases} y = |x - a| + 2 \\ x = \sqrt{4y - y^2} \end{cases}$ имеет решения, образуют множество
- 1 $[-2; 2\sqrt{2}]$ 2 $[-\sqrt{8}; \sqrt{8}]$ 3 $[-\sqrt{2}; 0]$ 4 $[-\sqrt{2}; 1]$ 5 $[-1; 1]$

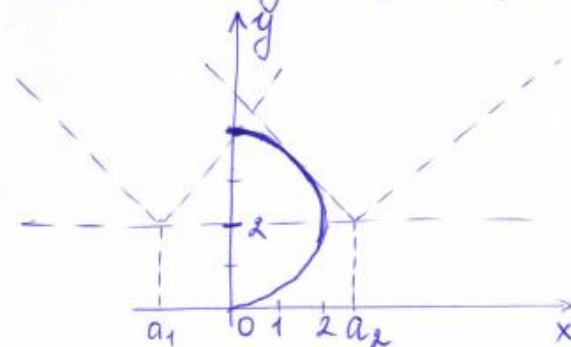
Решение.

Решаем графически.

$$x = \sqrt{4y - y^2} \geq 0 \text{ или } x^2 = 4y - y^2 \text{ или } x^2 + (y-2)^2 = 4$$

т.е. графиком второго уравнения является половина окружности $x \geq 0$.

Графиком первого уравнения является $y = |x - a|$ смещенный на 2 единицы вверх.



Двигая график первого уравнения влево, вправо, находим a , при которых этот график пересекается с полуокружностью.

$$a_1 \leq a \leq a_2, \quad a_1 = -2, \quad a_2 = 2\sqrt{2}.$$

т.образом $a \in [-2; 2\sqrt{2}]$.

Ответ: N1

26 Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $-3x^2 + 2xy + y^2 - 13 = 0$, равна

☐ 1 5

☐ 2 4

☐ 3 8

☐ 4 9

☐ 5 7

Решение. Преобразуем уравнение, разложив квадратный трехчлен на множители

$$y^2 + 2xy - 3x^2 = (y + 3x)(y - x), \quad y - x = \frac{13}{y + 3x}$$

П.к. нас интересуют только целые положительные x, y , то дробь $\frac{13}{y + 3x}$ будет целым числом, только в одном случае $y + 3x = 13$, тогда $y - x = 1$.

Отсюда $x = 3, y = 4$ и $x + y = 3 + 4 = 7$.

Ответ: ☐ N5

26 Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 13 = 0$, равна

☐ 1 9

☐ 2 4

☐ 3 5

☐ 4 7

☐ 5 6

Решение. Преобразуем уравнение, разложив квадратный трехчлен на множители

$$x^2 + xy - 2y^2 = (x + 2y)(x - y), \quad x - y = \frac{13}{x + 2y}$$

П.к. нас интересуют только целые положительные x, y , то дробь $\frac{13}{x + 2y}$ будет целым числом, только в одном случае $x + 2y = 13$, тогда $x - y = 1$.

Отсюда $x = 5, y = 4$ и $x + y = 5 + 4 = 9$.

Ответ: ☐ N1

- 27 Количество целых a из промежутка $(-5; 6)$, при которых уравнение $a \cdot 2^x + 2^{-x} = 4$ имеет единственное решение, равно
- 1 4 2 6 3 2 4 1 5 5

Решение. Заменим $2^x = t, t > 0$.

Уравнение примет вид: $at^2 - 4t + 1 = 0$.

При $a = 0, t = \frac{1}{4}, x = -2$

При $a \neq 0$ имеем квадратное уравнение с $D = 16 - 4a \geq 0, a \leq 4$.

Но нас интересует только случай единственного положительного корня:

1) $a = 4, t_1 = t_2 = \frac{1}{2}, 2^x = \frac{1}{2}, x = -1$

2) $a < 4$, но $\begin{cases} t_1 > 0 \\ t_2 \leq 0 \end{cases}$

$t = 0$ - невозможно для нашего уравнения

По теореме Виета $t_1 \cdot t_2 = \frac{1}{a} < 0 \Leftrightarrow a < 0$

По условию $a \in (-5; 6)$, то нас устраивает $-4, -3, -2, -1, 0, 4$. т.е. 6 значений.

Ответ: N2

- 27 Количество целых a из промежутка $(-5; 6)$, при которых уравнение $a \cdot 2^x + 2^{-x} = 2$ имеет единственное решение, равно
- 1 6 2 4 3 1 4 2 5 5

Решение. Заменим $2^x = t, t > 0$

Уравнение примет вид: $at^2 - 2t + 1 = 0$.

При $a = 0, t = \frac{1}{2}, x = -1$

При $a \neq 0$ имеем квадратное уравнение с $D = 4 - 4a \geq 0, a \leq 1$.

Но нас интересует только случай единственного положительного корня:

1) $a = 1, t_1 = t_2 = 1, 2^x = 1, x = 0$

2) $a < 1$, но $\begin{cases} t_1 > 0 \\ t_2 \leq 0 \end{cases}$

$t = 0$ - невозможно для нашего уравнения.

По теореме Виета $t_1 \cdot t_2 = \frac{1}{a} < 0 \Leftrightarrow a < 0$

По условию $a \in (-5; 6)$, то нас устраивает $-4, -3, -2, -1, 0, 1$. т.е. 6 значений.

Ответ: N1

28 Все решения неравенства $\sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} \geq \log_3(x^2 - 6x + 90)$ принадлежат промежутку

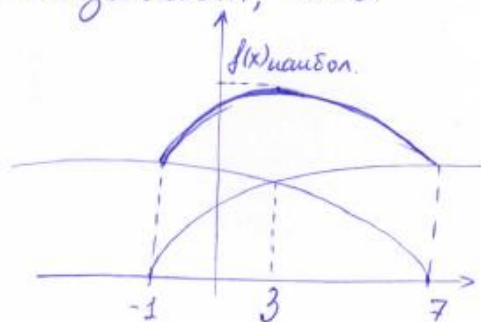
- 1 (2; 4) 2 $\emptyset$ 3 (4; 7) 4 (-1; 0) 5 (0; 2)

Решение. Введем в рассмотрение функцию

$$f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x}.$$

Простые геометрические соображения (из сложения графиков) показывают, что

$$f(x) \leq \sqrt{3+1} + \sqrt{7-3} = 4$$



Оценивая правую часть $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 90)$ $f(x) = \log_3((x-3)^2 + 81) \geq 4$ видим, что неравенство возможно только в случае:

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} = 4 \\ \log_3((x-3)^2 + 81) = 4 \end{cases}, \text{ что возможно при } x=3.$$

Ответ: 1

28 Все решения неравенства $\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} \geq (0,5)^{2x-x^2-3}$ принадлежат промежутку

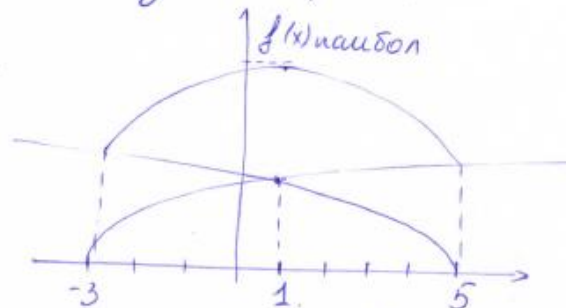
- 1 (0; 3) 2 $\emptyset$ 3 (-3; 1) 4 (3; 5) 5 (-3; 0)

Решение. Введем в рассмотрение функцию

$$f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt{5-x}$$

Простые геометрические соображения (из сложения графиков) показывают, что

$$f(x) \leq \sqrt{1+3} + \sqrt{5-1} = 4.$$



Оценивая правую часть $f(x) = 0,5^{-x^2+2x+3}$ $f(x) = 2^{x^2-2x+3}$, $f(x) = 2^{(x-1)^2+2} \geq 2^2 = 4$ видим, что неравенство возможно только в случае:

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} = 4 \\ 2^{(x-1)^2+2} = 4 \end{cases}, \text{ что возможно при } x=1.$$

Ответ: 1

29 При каких a уравнение $x^3 + 3x^2 - a = 0$ имеет более двух корней
 1 $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ 2 $(0; 4)$ 3 $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ 4 $(-4; 0)$ 5 $\emptyset$

Решение. Запишем уравнение в виде:

$$x^3 + 3x^2 = a$$

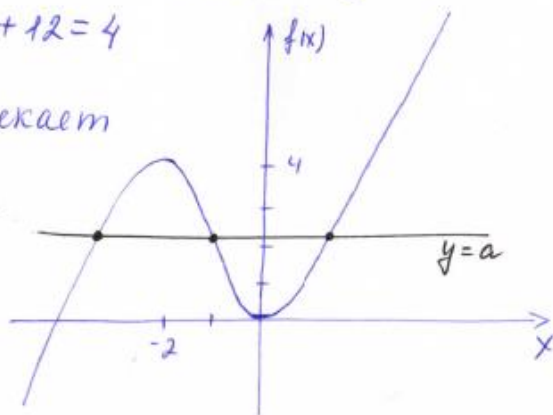
Построим график функции $f(x) = x^3 + 3x^2$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x, \quad 3x(x+2) = 0 \quad \begin{array}{c} f'(x) \quad + \quad - \quad + \\ f(x) \quad \nearrow \quad -2 \quad \searrow \quad 0 \quad \nearrow \end{array}$$

$$f(0) = 0, \quad f(-2) = -8 + 12 = 4$$

Прямая $y = a$ пересекает этот график более двух раз при

$$a \in (0; 4).$$



Ответ: N2

29 При каких a уравнение $3x^2 - x^3 - a = 0$ имеет только один корень
 1 $(-4; 0)$ 2 $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ 3 $(0; 4)$ 4 $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ 5 $\emptyset$

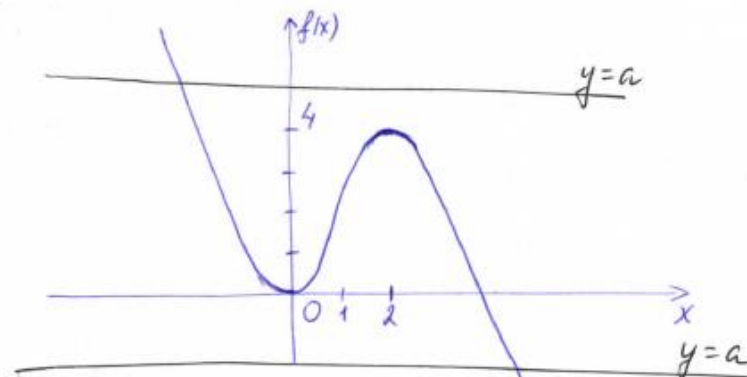
Решение. Запишем уравнение в виде:

$$3x^2 - x^3 = a$$

Построим график функции $f(x) = 3x^2 - x^3$

$$f'(x) = 6x - 3x^2, \quad 3x(2-x) = 0 \quad \begin{array}{c} f'(x) \quad - \quad + \quad - \\ f(x) \quad \searrow \quad 0 \quad \nearrow \quad 2 \quad \searrow \end{array}$$

$$f(0) = 0, \quad f(2) = 12 - 8 = 4$$



Прямая $y = a$ пересекает этот график только один раз при $a \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

Ответ: N4

30 При каких a один из корней уравнения $x^2 + 3x + a - 15 = 0$ больше 2, а другой меньше 2?

- ☐ 1 $a > -5$
 ☐ 2 $a > 5$
 ☐ 3 $a < 20$
 ☐ 4 $a < 5$
 ☐ 5 $a < \frac{69}{4}$

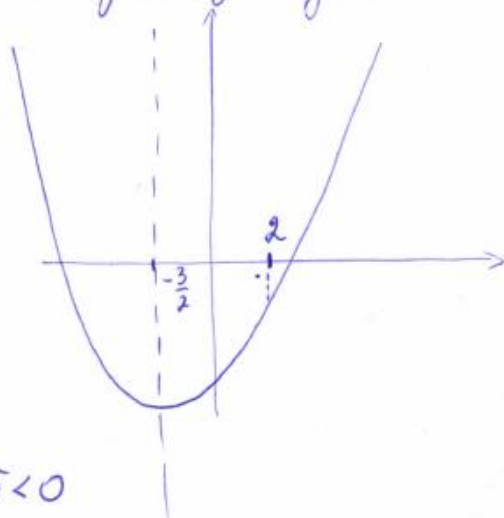
Решение.

Введем функцию $f(x) = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + a - 15$,

$$f(x) = (x + \frac{3}{2})^2 - 14\frac{1}{4} + a$$

График её — парабола, с ветвями вверх и осью симметрии $x = -\frac{3}{2}$.

«Картинкой» удовлетворяющей условию задачи является:



т.е. $f(2) < 0$

$$f(2) = 4 + 6 + a - 15 = a - 5 < 0$$

$$\underline{a < 5}$$

Ответ: ☒ 4

30 При каких a один из корней уравнения $x^2 + 2x - a - 10 = 0$ больше 3, а другой меньше 3?

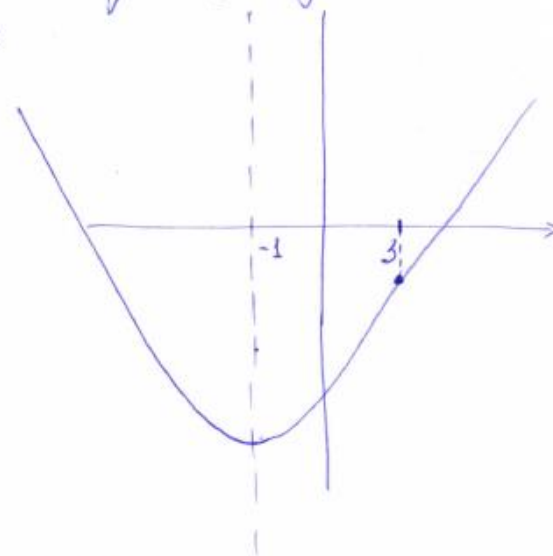
- ☐ 1 $a > 5$
 ☐ 2 $a < 5$
 ☐ 3 $a < 20$
 ☐ 4 $a > -11$
 ☐ 5 $a > 11$

Решение. Введем функцию $f(x) = (x+1)^2 - 1 - a - 10$

$$f(x) = (x+1)^2 - a - 11$$

График её — парабола с ветвями вверх и осью симметрии $x = -1$.

«Картинкой» удовлетворяющей условию задачи является:



т.е. $f(3) < 0$.

$$f(3) = 9 + 6 - a - 10 = 5 - a < 0 \quad \underline{a > 5}$$

Ответ: ☒ 1